

Déduction naturelle

OPTION INFORMATIQUE - TP n° 4.4 - Olivier Reynet

À la fin de ce chapitre, je sais :

- ☞ lire un séquent
- ☞ décrire les règles d'introduction et d'élimination
- ☞ justifier les principaux raisonnements de la logique classique
- ☞ construire un arbre de preuve démontrant une formule simple

A Utilisation des règles d'inférence

Prouver les séquents suivants :

- A1. $\vdash p \rightarrow p$
- A2. $p, \neg p \vdash \perp$
- A3. $p, q \vdash p \wedge q$
- A4. $p \wedge q \vdash q \wedge p$
- A5. $p \vee q \vdash q \vee p$
- A6. $q \vdash p \rightarrow q$
- A7. $p \wedge q \vdash p \rightarrow q$
- A8. $p, q \wedge r \vdash p \wedge q$
- A9. $p \wedge q, r \wedge s \vdash p \wedge s$
- A10. $a \rightarrow \neg a \vdash \neg a$

B Preuves intermédiaires

Prouver les séquents suivants :

- B1. $p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow \neg p$
- B2. $\neg a \vee b \vdash a \rightarrow b$
- B3. $a \rightarrow b \vdash \neg a \vee b$
- B4. $a \rightarrow (b \rightarrow c) \vdash (a \wedge b) \rightarrow c$
- B5. $(a \wedge b) \rightarrow c \vdash a \rightarrow (b \rightarrow c)$
- B6. $a \rightarrow (b \rightarrow c), b \rightarrow a \vdash b \rightarrow c$
- B7. $p \rightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$
- B8. $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, \neg r \vdash \neg q$

C Preuves plus complexes

Prouver les séquents suivants :

C1. $q \rightarrow r, \neg q \rightarrow \neg p \vdash p \rightarrow r$

C2. $(p \wedge q) \rightarrow r \vdash (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

C3. $\neg(a \vee b) \vdash \neg a \wedge \neg b$ (Loi de De Morgan)